

Муниципальный этап областной олимпиады школьников

по математике

2018-2019 учебный год

11 класс

Максимальный балл -35

1. Сколько существует пятизначных чисел, сумма цифр которых делится на 5?

2. В школе проводятся выборы «Мисс школы», по следующим правилам: все мальчики, участвующие в выборах (каждый имеет ровно один голос), разбиваются на группы (не менее 10 и не более 20 человек в группе); в каждой группе побеждает претендентка, набравшая наибольшее число голосов. Побеждает в конкурсе претендентка, победившая в большем количестве групп (при равенстве, всегда, победитель определяется жребием). Хакер Вася, взломав переписку всех голосующих, выяснил, кто за кого будет голосовать. Оказалось, что за Васину подругу Тамару проголосуют четверо (сам Вася, и трое его друзей), а каждая из девяти остальных претенденток получит 22 голоса. Вася не может повлиять на волеизъявление голосующих, но, используя свои хакерские способности, может организовать разбиение голосующих на группы (и состав групп) по своему усмотрению. Может ли Вася устроить гарантированную победу Тамаре?

3. Барон Мюнхгаузен утверждает, что существует волшебное натуральное число μ , что для всех натуральных n , число $2^\mu \cdot n!$ делится на 2^n . Прав ли барон? ($n!$ – это произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно).

4. В неравнобедренной трапеции середина основания равноудалена от трех других сторон трапеции. Докажите, что длина этого основания равна сумме длин боковых сторон трапеции.

5. Сумма трех чисел равна 7, а произведение всех трех чисел в 7 раз больше суммы попарных произведений этих чисел. Найдите сумму кубов этих трех чисел.

Максимальная оценка за каждую задачу – 7 баллов.